الرياضيات

الصف التاسع - كتاب التمارين

الفصل الدراسي الثاني

9

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

هبه ماهر التميمي إبراهيم أحمد عمايرة أيمن ناصر صندوقه

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هـذا الكتاب في مـدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطوير المناهج في جلسـته رقم (2022/8)، تاريـخ 2022/12/15 م، وقرار مجلس التربية والتعليـم رقم (2022/132)، تاريـخ 2022/12/28 م، بـدءًا من العام الـدراسي 2022 / 2023 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2022.
- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 410 - 1

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2023/2/786)

373.19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

كتاب التمارين: الصف التاسع: الفصل الدراسي الثاني/ المركز الوطني لتطوير المناهج.– عمّان: المركز، 2023

(52) ص.

ر.إ.: 2023/2/786

الواصفات: / الرياضيات/ / التمارين/ / أساليب التدريس/ / التعليم الإعدادي/

يتحمَّل المُؤلِّف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مُصنَّفه، ولا يُعبِّر هذا المُصنَّف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise , without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.
British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى (التجريبية) 1443 هـ / 2022 م

أعيدت طباعته 1444 هـ / 2023 م

أعزّاءنا الطلبة ...

يحتوي هذا الكتاب على تمارين مُتنوِّعة أُعِدَّت بعناية لتغنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي استكمال للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلَّمونها في كل درس، وتُنمّي مهارتكم الحسابية.

قد يختار المُعلِّم/ المُعلِّمة بعض تمارين هذا الكتاب واجبًا منزليًّا، ويترك لكم البقية لتحلّوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

تساعدكم الصفحات التي عنوانها (أستعد لدراسة الوحدة) في بداية كل وحدة على مراجعة المفاهيم التي درستموها سابقًا؛ ممّا يُعزِّز قدرتكم على متابعة التعلُّم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

يوجد فراغ كافٍ إزاء كل تمرين لكتابة إجابته، وإذا لم يتسع هذا الفراغ لخطوات الحلِّ جميعها فيُمكِنكم استعمال دفتر إضافي لكتابتها بوضوح.

متمنين لكم تعلُّمًا ممتعًا ومُيسَّرًا.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 5 العلاقاتُ في المُثلَّثاتِ والنسبُ المُثلَّثيةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ **6**

الدرسُ 1 الأجزاءُ المُتناسِبةُ في المُثلَّثاتِ 16

الدرسُ 2 مُنصِّفاتٌ في المُثلَّثِ 17

الدرسُ 3 القطعُ المُتوسِّطةُ والارتفاعاتُ في المُثلَّثِ 18

الدرسُ 4 النسبُ المُثلَّثيةُ 19

الدرسُ 5 تطبيقاتُ النسبِ المُثلَّثيةِ 20

الوحدةُ 6 المقاديرُ الأُسِّيَّةُ والمقاديرُ الجذريةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ **21**

الدرسُ 1 تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ 24

الدرسُ 2 العملياتُ على المقاديرِ الجذريةِ 25

الدرسُ 3 حَلُّ المعادلاتِ الجذريةِ 26

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 7 المقاديرُ الجبريةُ النسبيةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ **27**

الدرسُ 1 ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وقسمتُها 31

الدرسُ 2 جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وطرحُها 32

الدرسُ 3 حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ 33

الوحدةُ 8 الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ **34**

الدرسُ 1 مقاييسُ التشتُّتِ 41

الدرسُ 2 الجداولُ التكراريةُ ذاتُ الفئاتِ 43

الدرسُ 3 المُدرَّجاتُ التكراريةُ 44

الدرسُ 4 الاحتمالاتُ وأشكالُ ڤِنْ 45

الدرسُ 5 الاحتمالُ الهندسيُّ 48

أوراقُ مُربَّعاتٍ 49

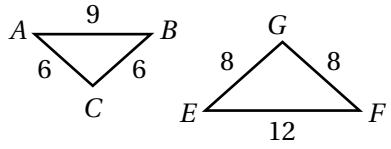
الوحدةُ 5: العلاقاتُ في المُثلَّثاتِ والنسبُ المُثلَّثيةُ

أختبرُ معلوماتي بحَلِّ التدريباتِ أوَّلًا. وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المعطى.

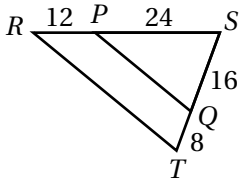
- **تحديدُ المُثلَّثاتِ المُتشابِهةِ باستعمالِ حالاتِ التشابهِ: SAS ، و SSS ، و AA** (الدرسُ 1)

أُحدِّدُ إذا كانَ كلُّ مُثلَّثينِ ممّا يأتي مُتشابِهينِ أمْ لا، وإذا كانا كذلكَ، فأكتبُ عبارةَ التشابهِ، مُبرِّرًا إجابتي:

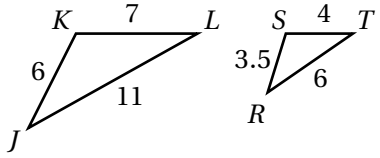
1



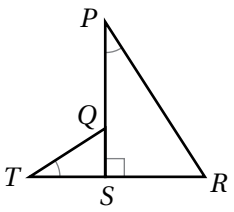
2



3

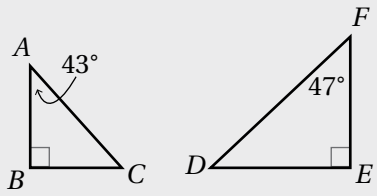


4



مثالٌ: أُحدِّدُ إذا كانَ كلُّ مُثلَّثينِ ممّا يأتي مُتشابِهينِ أمْ لا، وإذا كانا كذلكَ، فأكتبُ عبارةَ التشابهِ، مُبرِّرًا إجابتي:

a)



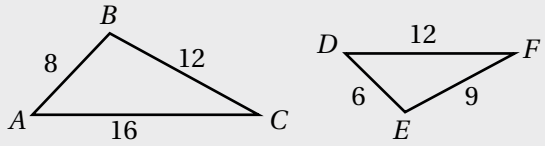
$\angle B \cong \angle E$؛ لأنَّهُما زاويتانِ قائمتانِ.

باستعمالِ مجموعِ قياساتِ زوايا المُثلَّثِ، فإنَّ:

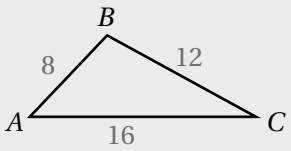
$$m\angle C = 180° - (90° + 43°) = 47°$$

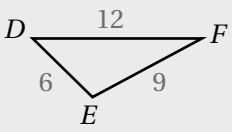
بما أنَّ $m\angle F = 47°$، فإنَّ $\angle F \cong \angle C$، إذنْ: $\Delta ABC \sim \Delta DFE$ وَفقَ مُسلَّمةِ التشابهِ (AA).

b)



أستعملُ أطوالَ الأضلاعِ لتمييزِ الأضلاعِ المُتقابلةِ، ثمَّ أجدُ النسبةَ بينَ طولِ كلِّ زوجٍ منْ أزواجِ الأضلاعِ المُتقابلةِ في المُثلَّثينِ.

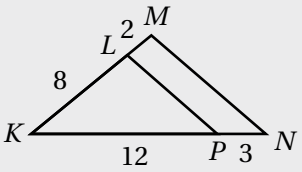




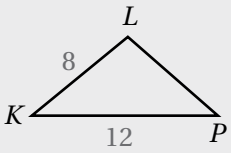
الضلعانِ المُتبقِّيانِ	أطولُ ضلعينِ	أقصرُ ضلعينِ
$\frac{BC}{EF} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$	$\frac{CA}{FD} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$	$\frac{AB}{DE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

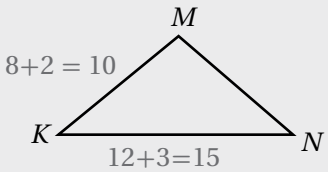
بما أنَّ النسبَ جميعَها متساويةٌ، فإنَّ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ وَفقَ نظريةِ التشابهِ (SSS).

c)



بما أنَّ $\angle K$ مشتركةٌ بينَ المُثلَّثينِ، فإنَّني أجدُ النسبةَ بينَ طوليْ زوجيِ الأضلاعِ المُتقابِلةِ اللذينِ يحصرانِ $\angle K$ في المُثلَّثينِ.





أطولُ ضلعينِ	أقصرُ ضلعينِ
$\frac{KP}{KN} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$	$\frac{KL}{KM} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

بما أنَّ طوليِ الضلعينِ اللذينِ يحصرانِ $\angle K$ في ΔKLP مُتناسِبانِ معَ طوليِ الضلعينِ المُناظِرينِ لهُما في ΔKMN، فإنَّ $\Delta KMN \sim \Delta KLP$ وَفقَ نظريةِ التشابهِ (SAS).

• حَلُّ التناسباتِ (الدرسُ 1)

أحُلُّ كُلًّا منَ التناسباتِ الآتيةِ:

5 $\frac{x}{3} = \frac{12}{9}$

6 $\frac{3}{x} = \frac{12}{8}$

7 $\frac{3}{12} = \frac{5}{2-y}$

مثالٌ: أحُلُّ التناسبَ: $\frac{4}{3} = \frac{20}{x}$

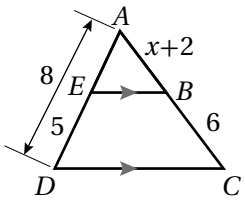
خاصيةُ الضربِ التبادليِّ	$4 \times x = 20 \times 3$
أضربُ	$4x = 60$
أقسمُ طرفيِ المعادلةِ على 4	$\frac{4x}{4} = \frac{60}{4}$
أُبسِّطُ	$x = 15$

الوحدةُ 5: العلاقاتُ في المُثلَّثاتِ والنسبُ المُثلَّثيةُ

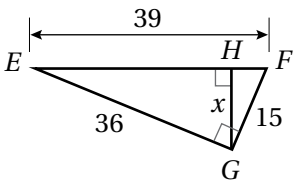
• استعمالُ تشابهِ المُثلَّثاتِ لإيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ (الدرسُ 1)

أُثبِتُ أنَّ كلَّ مُثلَّثينِ ممّا يأتي مُتشابِهانِ، ثمَّ أجدُ الطولَ المطلوبَ:

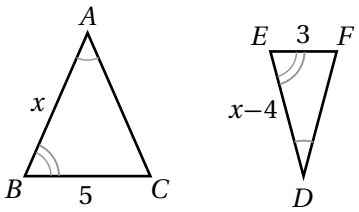
8 AB



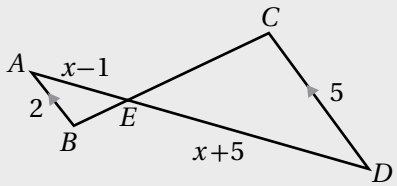
9 HG



10 إذا كانَ المُثلَّثانِ في الشكلِ المُجاوِرِ مُتشابِهينِ، فأجدُ قيمةَ x.



مثالٌ: إذا كانَ المُثلَّثانِ في الشكلِ المُجاوِرِ مُتشابِهينِ، فأجدُ قيمةَ x.



بكتابةِ التناسبِ $\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{DE}$

بالتعويضِ $\frac{2}{5} = \frac{x-1}{x+5}$

بالضربِ التبادليِّ $2(x+5) = 5(x-1)$

خاصيةُ التوزيعِ $2x + 10 = 5x - 5$

بطرحِ 10 منْ طرفي المعادلةِ $2x = 5x - 15$

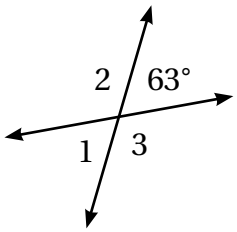
بطرحِ $5x$ منْ طرفي المعادلةِ $-3x = -15$

بقسمةِ طرفي المعادلةِ على -3 $x = 5$

الوحدةُ 5: العلاقاتُ في المُثلَّثاتِ والنسبُ المُثلَّثيةُ

إيجادُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ باستعمالِ العلاقاتِ بينَ الزوايا (الدرسُ 1)

أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاوِرِ لإيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:



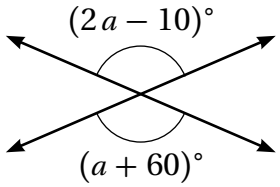
11 $m\angle 1$

12 $m\angle 2$

13 $m\angle 3$

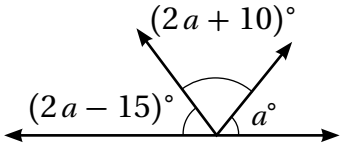
أجدُ قيمةَ a في كلٍّ ممّا يأتي:

14



$a =$ .....

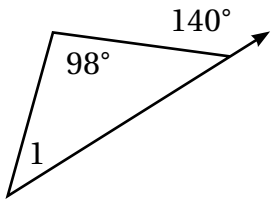
15



$a =$ .....

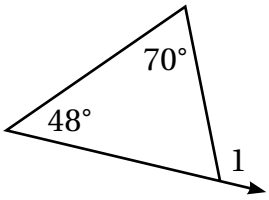
أجدُ $m\angle 1$ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ:

16



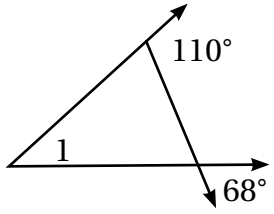
$m\angle 1 =$ .....

17



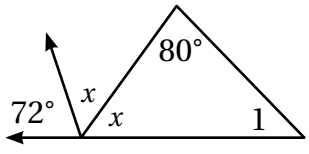
$m\angle 1 =$ .....

18



$m\angle 1 =$ .....

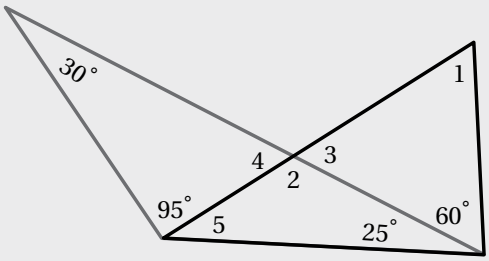
19



$m\angle 1 =$ .....

الوحدةُ 5: العلاقاتُ في المُثلَّثاتِ والنسبُ المُثلَّثيةُ

مثالٌ: أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاورِ لإيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:



a) $m\angle 4$

زوايا داخليةٌ في مُثلَّثٍ	$30° + 95° + m\angle 4 = 180°$
أجمعُ	$125° + m\angle 4 = 180°$
أطرحُ $125°$	$m\angle 4 = 55°$

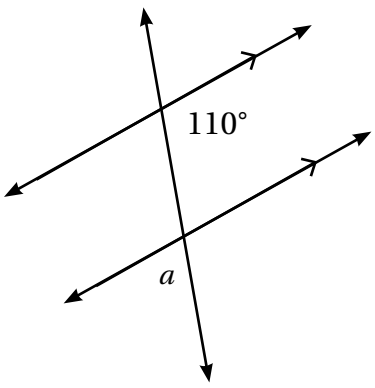
b) $m\angle 2$

زاويتانِ مُتجاورتانِ على مستقيمٍ	$m\angle 2 + m\angle 4 = 180°$
أُعوِّضُ $m\angle 4$	$m\angle 2 + 55° = 180°$
أطرحُ $55°$	$m\angle 2 = 125°$

• إيجادُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ باستعمالِ المستقيماتِ المتوازيةِ والقاطعِ (الدرسُ 1)

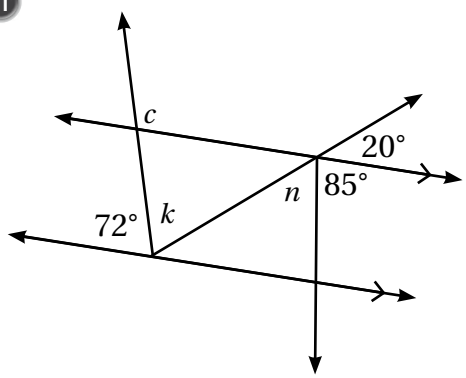
أجدُ قياساتِ الزوايا المجهولةَ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتي:

20



$m\angle a =$ .....

21

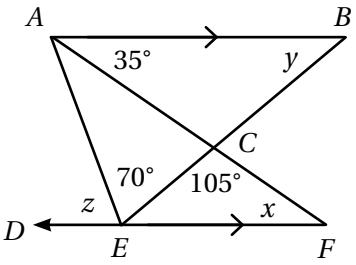


$m\angle c =$ .....

$m\angle n =$ .....

$m\angle k =$ .....

22 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاورِ لإيجادِ كلٍّ ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتي:

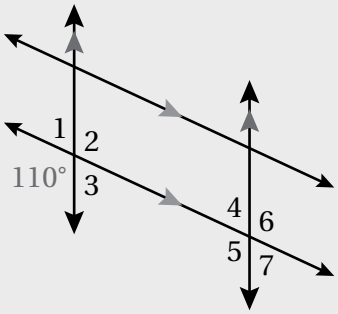


$x =$ ..... التبريرُ .....

$y =$ ..... التبريرُ .....

$z =$ ..... التبريرُ .....

مثالٌ: أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاورِ لإيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:



a) $m\angle 2$

$m\angle 2 = 110°$ تُقابِلُ بالرأسِ الزاويةَ التي قياسُها $110°$

b) $m\angle 5$

$m\angle 5 = 110°$ تُناظِرُ الزاويةَ التي قياسُها $110°$

c) $m\angle 3$

$m\angle 3 + m\angle 5 = 180°$ زاويتانِ مُتحالِفتانِ

$m\angle 3 + 110° = 180°$ أُعوِّضُ قيمةَ $m\angle 5$

$m\angle 3 = 70°$ أطرحُ $110°$ منَ الطرفينِ

• إيجادُ نقطةِ منتصفِ قطعةٍ مستقيمةٍ في المستوى الإحداثيِّ (الدرسُ 2)

أجدُ إحداثيْ نقطةِ منتصفِ $\overline{HK}$ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

23 $H(7, 3), K(-4, -1)$

24 $H(-4, -5), K(2, 9)$

25 $H(-6, 10), K(8, -2)$

أجدُ إحداثيْ نقطةِ نهايةِ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{CD}$ المجهولةِ في كلٍّ ممّا يأتي، علمًا بأنَّ M نقطةُ منتصفِ $\overline{CD}$:

26 $C(-5, 4), M(-2, 5)$

27 $D(1, 7), M(-3, 1)$

28 $D(-4, 2), M(6, -1)$

مثالٌ: أجدُ إحداثيي النقطةِ M التي تُمثِّلُ منتصفَ $\overline{KL}$، حيثُ: $L(8, -1)$، و $K(-4, 1)$.

صيغةُ نقطةِ المنتصفِ في المستوى الإحداثيِّ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

بالتعويضِ $(x_1, y_1) = (-4, 1), (x_2, y_2) = (8, -1)$ $M\left(\frac{-4 + 8}{2}, \frac{1 + (-1)}{2}\right)$

بالتبسيطِ $M(2, 0)$

• معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ (الدرسُ 2)

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتينِ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

29 $(3, 7), (-3, 5)$

30 $(-1, 8), (9, -6)$

31 $(-1, 6), (-3, 10)$

32 $(-3, 2), (1, 6)$

33 $(-2, 5), (8, 6)$

34 $(0, 3), (-1, -4)$

مثالٌ: أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(-3, 5)$ و $(9, 21)$ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

الخطوةُ 1 أستعملُ النقطتينِ لإيجادِ الميلِ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أُعوِّضُ عنْ (x_1, y_1) بـِ $(-3, 5)$ وأُعوِّضُ عنْ (x_2, y_2) بـِ $(9, 21)$ $= \frac{21 - 5}{9 - (-3)}$

أُبسِّطُ $= \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

إذنْ، الميلُ هوَ: $\frac{4}{3}$

الخطـوةُ 2 أُعوِّضُ الميلَ وإحداثياتِ إحدى النقطتينِ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m(x - x_1)$

أُعوِّضُ $m = \frac{4}{3}$, $(x_1, y_1) = (9, 21)$ $y - 21 = \frac{4}{3}(x - 9)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y - 21 = \frac{4}{3}(x - 9)$

- **إيجادُ المسافةِ بينَ نقطتينِ في المستوى الإحداثيِّ** (الدرسُ 3)

أجدُ المسافةَ بينَ كلِّ نقطتينِ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ (إنْ لَزِمَ):

36 $P(2, 3), Q(-1, 4)$

35 $P(-5, 2), Q(1, 8)$

مثالٌ: أجدُ المسافةَ بينَ النقطةِ $P(-1, 7)$ والنقطةِ $Q(5, -1)$، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ (إنْ لَزِمَ):

صيغةُ المسافةِ في المستوى الإحداثيِّ $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

بالتعويضِ $(x_1, y_1) = (5, -1), (x_2, y_2) = (-1, 7)$ $= \sqrt{(5-(-1))^2 + ((-1)-7)^2}$

بالتبسيطِ $= \sqrt{(6)^2 + (8)^2}$

بإيجادِ مُربَّعِ كلِّ عددٍ، والجمعُ $= \sqrt{100}$

بإيجادِ الجذرِ التربيعيِّ $= 10$

حَلُّ المعادلاتِ باستعمالِ الجذرِ التربيعيِّ (الدرسُ 4)

أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحَلِّ:

37 $324 = b^2$

38 $x^2 = \frac{9}{36}$

39 $y^2 = 1.96$

40 $0.0169 = d^2$

41 $t^2 = \frac{64}{100}$

42 $y^2 = 0.0144$

مثالٌ: أحُلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحَلِّ:

a) $x^2 = 144$

المعادلةُ الأصليةُ $x^2 = 144$

تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ $x = \pm\sqrt{144}$

بإيجادِ قيمةِ الجذرِ $= \pm 12$

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحَلِّ:

عندما $x = 12$

$(12)^2 \stackrel{?}{=} 144$

$144 = 144$ ✓

عندما $x = -12$

$(-12)^2 \stackrel{?}{=} 144$

$144 = 144$ ✓

b) $t^2 = \frac{1}{36}$

المعادلةُ الأصليةُ $t^2 = \frac{1}{36}$

تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ $t = \pm\sqrt{\frac{1}{36}}$

بإيجادِ قيمةِ الجذرِ $= \pm\frac{1}{6}$

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحَلِّ:

عندما $x = \frac{1}{6}$

$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \stackrel{?}{=} \frac{1}{36}$

$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✔

عندما $x = -\frac{1}{6}$

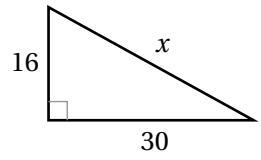
$\left(-\frac{1}{6}\right)^2 \stackrel{?}{=} \frac{1}{36}$

$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✔

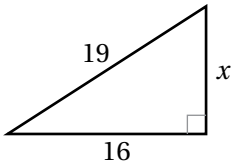
- **إيجادُ طولِ ضلعٍ مجهولٍ في مُثلَّثٍ قائمِ الزاويةِ باستعمالِ نظريةِ فيثاغورس** (الدرسُ 4)

أجدُ طولَ الضلعِ المجهولِ في كلِّ مُثلَّثٍ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ (إنْ لَزِمَ):

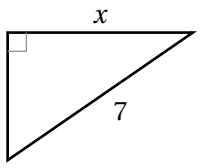
43



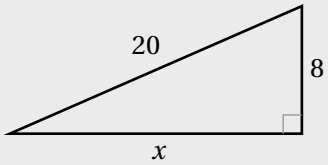
44



45



مثالٌ: أجدُ طولَ الضلعِ المجهولِ في المُثلَّثِ المُجاورِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ.



نظريةُ فيثاغورس $a^2 + b^2 = c^2$

بتعويضِ $a = x, b = 8, c = 20$ $x^2 + 8^2 = 20^2$

بإيجادِ القوى $x^2 + 64 = 400$

بطرحِ 64 منْ طرفي المعادلةِ $x^2 = 336$

تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ $x = \pm\sqrt{336}$

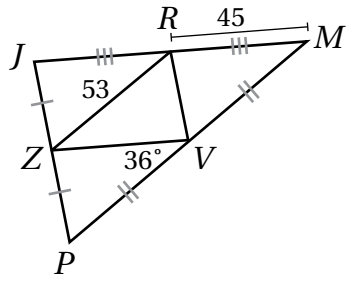
باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ $x \approx \pm 18.3$

بما أنَّ الطولَ لا يُمكِنُ أنْ يكونَ سالبًا، فإنَّ $x = 18.3$

الدرسُ 1

الأجزاءُ المُتناسِبةُ في المُثلَّثاتِ
Proportional Parts in Triangles

أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاوِرِ لإيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:



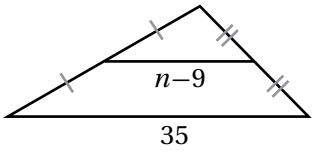
1 ZV

2 PM

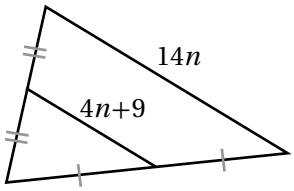
3 $m\angle RZV$

أجدُ قيمةَ n في كلٍّ ممّا يأتي:

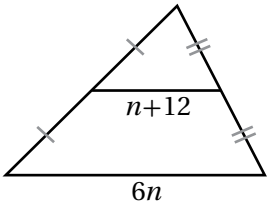
4



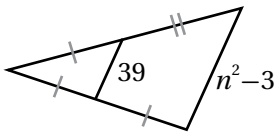
5



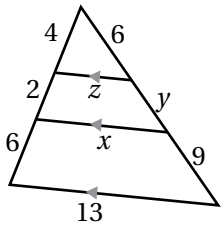
6



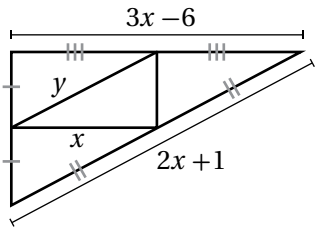
7



8 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاوِرِ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ منْ x، وy، وz.



9 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لإيجادِ قيمةِ كلٍّ منْ x، وy.



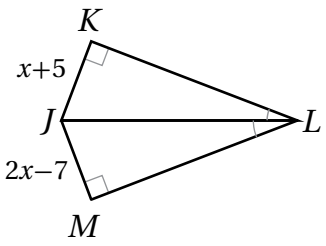
10 إذا كانَــتْ إحداثياتُ رؤوسِ المُثلَّثِ ABC هيَ: $A(-5, 6), B(3, 8), C(1, 4)$، فأجدُ أطوالَ جميعِ القطعِ المُنصِّفةِ في المُثلَّثِ ABC.

الدرسُ 2

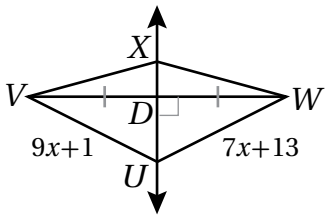
مُنصِّفاتٌ في المُثلَّثِ
Bisectors in Triangle

أجدُ كُلًّا ممّا يأتي:

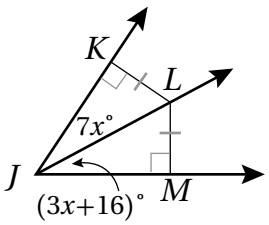
1 JK



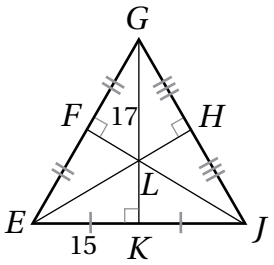
2 UW



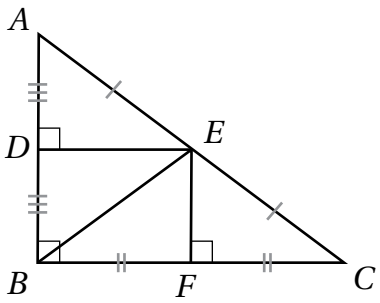
3 $m\angle KJL$



4 LK



أستعملُ الشكلَ المُجاوِرَ لِمِلءِ الفراغِ في كلٍّ منَ العباراتِ الآتيةِ:



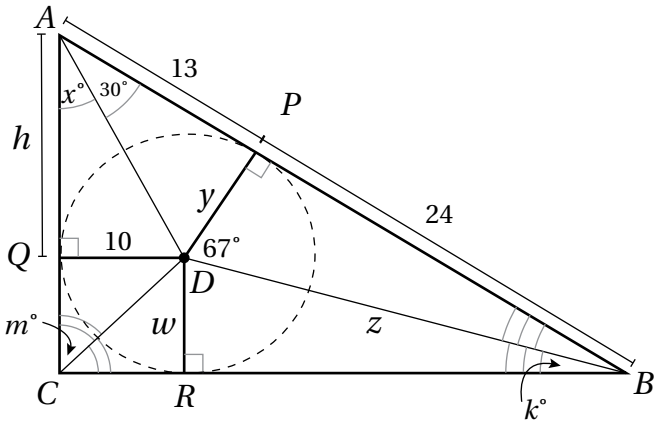
5 $\overline{DA} \cong$ _____

6 $\overline{BF} \cong$ _____ $\cong$ _____

7 $\angle AED \cong$ _____

8 $\overline{FE} \cong$ _____ $\cong$ _____

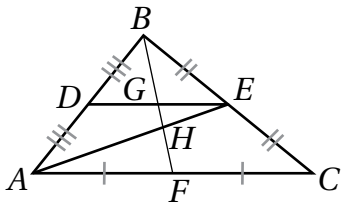
9 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لإيجادِ قياسِ كلٍّ منْ y، وx، وw، وm، وk، وh، وz.

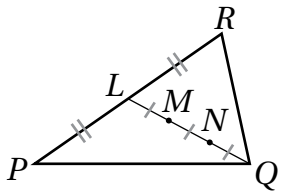


الدرسُ 3

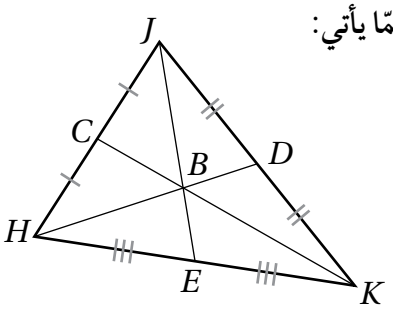
القطعُ المُتوسِّطةُ والارتفاعاتُ في المُثلَّثِ
Medians and Altitudes in Triangle

أُحدِّدُ مركزَ كلِّ مُثلَّثٍ ممّا يأتي:

1 

2 

إذا كانَتِ النقطةُ B هيَ مركزَ ΔHJK، وكانَ: $HD = 21, BK = 18$، فأجدُ كلَّ قياسٍ ممّا يأتي:



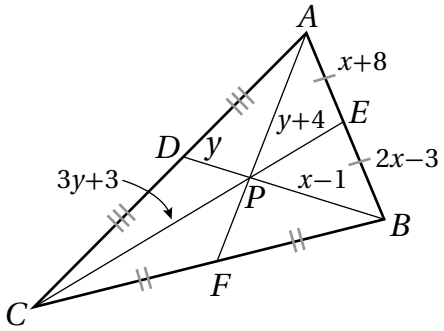
3 HB

4 BD

5 CK

6 CB

أجدُ كلَّ قياسٍ ممّا يأتي:



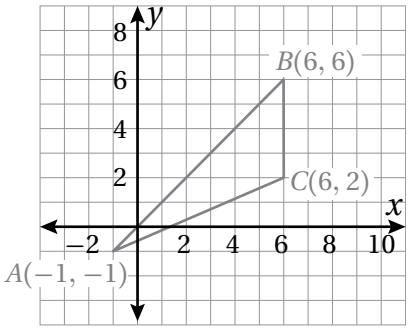
7 BP

8 BD

9 CP

10 PE

11 يظهرُ ΔABC في المستوى الإحداثيِّ المُجاورِ.
أجدُ إحداثيْ مركزِ هذا المُثلَّثِ.



أجدُ إحداثيْ ملتقى ارتفاعاتِ المُثلَّثِ المعطاةِ إحداثياتُ رؤوسِهِ في كلٍّ ممّا يأتي:

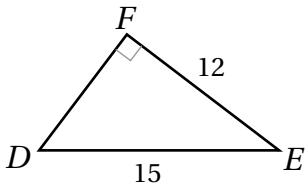
12 $X(2, -2), Y(4, 6), Z(8, -2)$

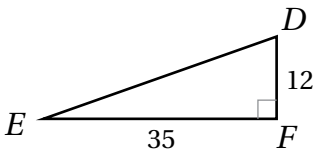
13 $A(-5, 8), B(4, 5), C(-2, 5)$

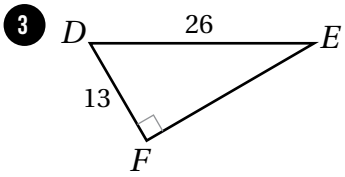
الدرسُ 4

النسبُ المُثلَّثيةُ
Trigonometric Ratios

أجدُ قِيَمَ النسبِ المُثلَّثيةِ الثلاثِ للزاويةِ E في كلٍّ ممّا يأتي، تاركًا إجابتي في صورةِ كسرٍ:

1 

2 

3 

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ ثلاثِ منازلَ عشريةٍ:

4 $\sin 10°$

5 $\sin 17°$

6 $\sin 72°$

7 $\cos 7°$

8 $\cos 82°$

9 $\cos 29°$

10 $\tan 15°$

11 $\tan 59°$

12 $\tan 78°$

13 $5 \tan 80°$

14 $\dfrac{7}{\cos 32°}$

15 $7 \cos 52°$

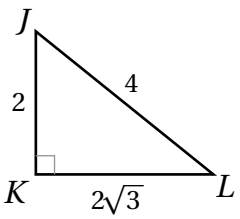
أجدُ قياسَ الزاويةِ الحادةِ في كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ:

16 $\sin B = 0.7245$

17 $\cos C = 0.2493$

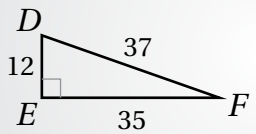
18 $\tan E = 9.4618$

19 مُعتمِدًا المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاورِ، أُحدِّدُ النسبَ المُثلَّثيةَ التي تساوي $\frac{1}{2}$ ممّا يأتي (أُحدِّدُ جميعَ الخياراتِ المُمكِنةِ):



$\sin L$ | $\cos L$ | $\sin J$ | $\cos J$

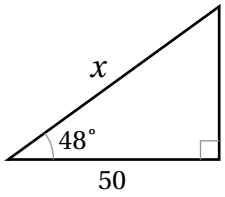
20 **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحَلِّ المُجاورِ، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

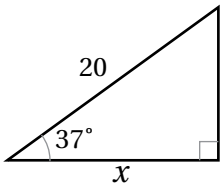


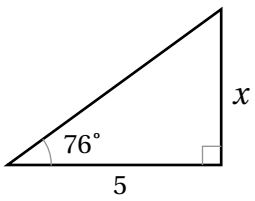
$\tan D = \dfrac{35}{37}$ ✗

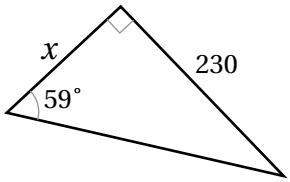
تطبيقاتُ النسبِ المُثلَّثيةِ
Applications of Trigonometric Ratios

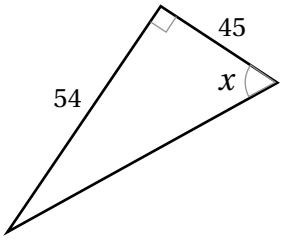
أجدُ قيمةَ x في كلِّ مُثلَّثٍ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ:

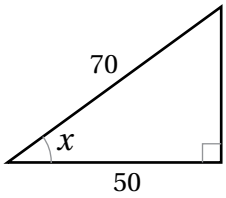
1


2


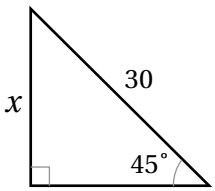
3


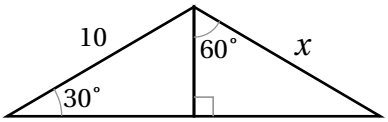
4


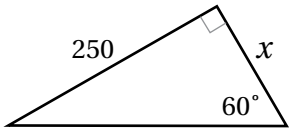
5


6


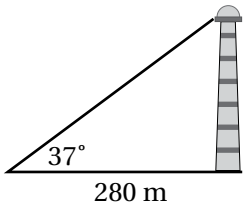
أستعملُ النسبَ المُثلَّثيةَ لإيجادِ قيمةِ x في كلِّ مُثلَّثٍ ممّا يأتي:

7


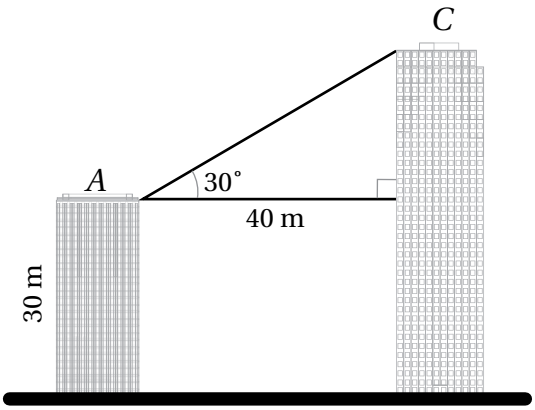
8


9


10 رصــدَ أحمدُ قِمَّةَ منارةٍ بزاويةِ ارتفاعٍ قياسُــها 37°. إذا كانَ بُعْدُ أحمدَ عنْ قاعدةِ المنارةِ هوَ 280 m، فأجدُ ارتفاعَ المنارةِ.



11 يظهرُ في الشكلِ المُجاورِ المبنى A والمبنى C. إذا كانَ ارتفاعُ المبنى A هوَ 30 m، وكانَتِ المسافةُ بينَ المبنيينِ هيَ 40 m، فأســتعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشــكلِ لإيجــادِ ارتفاعِ المبنى C.



الوحدةُ 6: المقاديرُ الأُسِّيَّةُ والمقاديرُ الجذريةُ

أختبرُ معلوماتي بحَلِّ التدريباتِ أوَّلًا. وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المعطى.

- **استعمالُ قواعدِ ضربِ القوى الصحيحةِ وقسمتِها لتبسيطِ عباراتٍ أُسِّيَّةٍ** (الدرسُ 1)

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1. $5^2 \times 5^3$
2. $(8^0 \times 8^2)^{-1}$
3. $(85 - 2^2) \div (3^2 - 2 \times 3)$
4. $(12 - 3^2) \times (2^2 - 4 \times 5)$
5. $\frac{2 + 1 \times 3^2}{4 - 3}$
6. $\left(\frac{20}{6 - 2}\right)^3 - 2^3$

مثالٌ: أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

a) $3^2 \times 3^3$

$3^2 \times 3^3 = 3^{(2+3)}$ — قاعدةُ ضربِ القوى

$= 3^5$ — بجمعِ الأُسسِ

$= 243$ — بالتبسيطِ

b) $\frac{9^7}{9^5}$

$\frac{9^7}{9^5} = 9^{(7-5)}$ — قاعدةُ قسمةِ القوى

$= 9^2$ — بطرحِ الأُسسِ

$= 81$ — بالتبسيطِ

c) $(4^2)^{-3}$

$(4^2)^{-3} = 4^{2 \times -3}$ — قاعدةُ قوَّةِ القوَّةِ

$= 4^{-6}$ — بضربِ الأُسسِ

$= \frac{1}{4^6}$ — تعريفُ الأُسسِ السالبةِ

$= \frac{1}{4096}$ — بالتبسيطِ

الوحدةُ 6: المقاديرُ الأُسِّيَّةُ والمقاديرُ الجذريةُ

• تبسيطُ مقاديرَ عدديةٍ تحوي جذورًا صمّاءَ (الدرسُ 2)

أُبسِّطُ كُلًّا ممّا يأتي:

7 $\sqrt{24}$

8 $\sqrt{\frac{45}{100}}$

9 $\frac{3}{\sqrt{5}}$

10 $\sqrt{18}+\sqrt{32}-5\sqrt{2}$

11 $\sqrt{3}\,(4-\sqrt{3}\,)$

12 $(2+\sqrt{5}\,)^2$

مثالٌ: أُبسِّطُ كُلًّا ممّا يأتي:

a) $\sqrt{90}$

$\sqrt{90}=\sqrt{9\times10}$ بتحليلِ العددِ 90 إلى عاملينِ، أحدُهُما مُربَّعٌ كاملٌ

$=\sqrt{9}\times\sqrt{10}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

$=3\sqrt{10}$ بالتبسيطِ

b) $\sqrt{\frac{28}{3}}$

$\sqrt{\frac{28}{3}}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}}$ خاصيةُ قسمةِ الجذورِ التربيعيةِ

$=\frac{\sqrt{4\times7}}{\sqrt{3}}$ بتحليلِ العددِ 28 إلى عاملينِ، أحدُهُما مُربَّعٌ كاملٌ

$=\frac{\sqrt{4}\times\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

$=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ بالتبسيطِ

$=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ بإنطاقِ المقامِ

$=\frac{2\sqrt{21}}{3}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

c) $\sqrt{3}\,(2-\sqrt{5}\,)$

$\sqrt{3}\,(2-\sqrt{5}\,)=2\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{5}$ خاصيةُ التوزيعِ

$=2\sqrt{3}-\sqrt{15}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

• حَلُّ المعادلاتِ الخطيةِ والمعادلاتِ التربيعيةِ (الدرسُ 3)

أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

13 $x + 4 = 60$

14 $5 + 4y = 15$

15 $\frac{t-5}{2} = 3$

16 $2(x + 5) = 16$

17 $2(3x + 11) = 10$

18 $4a - 3 = 3a + 4$

19 $4(3b - 1) + 6 = 5(2b + 4)$

20 $x^2 - 18 = -32$

21 $3x^2 + 8x - 3 = 0$

مثالٌ: أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

a) $\mathbf{5x + 4 = 3x + 10}$

$5x + 4 = 3x + 10$	المعادلةُ المعطاةُ
$2x + 4 = 10$	بطرحِ $3x$ منْ طرفيِ المعادلةِ
$2x = 6$	بطرحِ 4 منْ طرفيِ المعادلةِ
$x = 3$	بقسمةِ طرفيِ المعادلةِ على 2

b) $\mathbf{3(2x + 5) + x = 2(2 - x) + 2}$

$3(2x + 5) + x = 2(2 - x) + 2$	المعادلةُ المعطاةُ
$6x + 15 + x = 4 - 2x + 2$	باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ
$7x + 15 = 6 - 2x$	بالتبسيطِ
$9x + 15 = 6$	بجمعِ $2x$ لطرفيِ المعادلةِ
$9x = -9$	بطرحِ 15 منْ طرفيِ المعادلةِ
$x = -1$	بقسمةِ طرفيِ المعادلةِ على 9

c) $\mathbf{x^2 + 6x + 5 = 0}$

$x^2 + 6x + 5 = 0$	المعادلةُ المعطاةُ
$(x + 5)(x + 1) = 0$	بالتحليلِ إلى العواملِ
$x + 5 = 0$ or $x + 1 = 0$	خاصيةُ الضربِ الصفريِّ
$x = -5$ $\quad$ $x = -1$	بحَلِّ كلِّ معادلةٍ

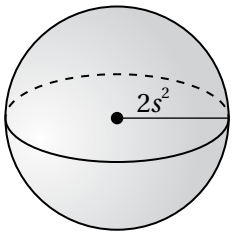
الدرسُ 1

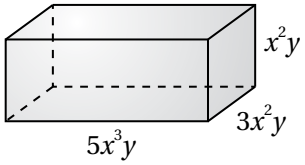
تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ
Simplifying Exponential Expressions

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

1. $(7a^3 b^5)(2ab^3)$
2. $(4a^3 b^5)(5a^4 b^{-1})$
3. $\frac{12a^3 b^{-7}}{4ab}$
4. $\left(\frac{5x^3}{b^8}\right)^{-2}$
5. $\frac{(yx^{-3})^0}{y^4 \times 2y^{-2}}$
6. $\frac{45x^3 y^4 z^5}{150x^5 y^4 z^3}$
7. $\left(\frac{15x^{-2} y^9}{18x^2 y^3}\right)^{-1}$
8. $\frac{-p^{-1} q^{-1}}{-3pq^{-3}}$
9. $\frac{p^{-3} q^{-2}}{q^{-3} r^5}$
10. $(a^3 b^4)^{-2} (a^{-3} b^{-5})^{-4}$
11. $\left(\frac{5a^0 b^4}{c^{-3}}\right)^2$
12. $3a(5a^2 b)(6ab^3)$
13. $(8y^3)(-3x^2 y^2)\left(\frac{3}{8} xy^3\right)$
14. $\left((4r^2 t)^3\right)^2$
15. $\frac{g^0 h^7 j^{-2}}{g^{-5} h^0 j^{-2}}$

أجدُ حجمَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

16. 

17. 

مسألةٌ مفتوحةٌ: أحُلُّ كُلًّا منَ المسألتينِ الآتيتينِ بطريقتينِ مختلفتينِ:

18. أجدُ مقدارينِ أُسِّيَّينِ ناتجُ ضربِهِما هوَ $12x^2 y^5$.

19. أجدُ مقدارينِ أُسِّيَّينِ ناتجُ قسمةِ أحدِهِما على الآخرِ هوَ $12x^2 y^5$.

20. **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحَلِّ الآتي، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$\frac{y^5 \times y^3}{y^4} = \frac{y^8}{y^4}$$
$$= y^2$$

✗

الدرسُ 2

العملياتُ على المقاديرِ الجذريةِ
Operations with Radical Expressions

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $\sqrt[5]{224p^5q^{10}}$
2. $\sqrt[3]{-135x^5y^3}$
3. $\sqrt[4]{648x^5y^7z^2}$
4. $\sqrt{512a^4b^2}$
5. $\sqrt{180u^3v}\,,\ u>0$
6. $2\sqrt[3]{375u^2v^8}$
7. $\sqrt[8]{v^8g^{40}}$
8. $\sqrt[6]{729a^{24}b^{18}}$
9. $\sqrt[5]{-32(y-6)^{20}}$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

10. $\sqrt[5]{\dfrac{160m^6}{n^7}}$
11. $\dfrac{\sqrt[4]{v^6}}{\sqrt[7]{u^5}}$
12. $\sqrt{\dfrac{48x^3}{3x}}$
13. $\sqrt{\dfrac{162}{6a^3}}$
14. $\dfrac{3\sqrt[4]{2a^2}}{\sqrt[4]{6a^3}}$
15. $\sqrt[4]{\dfrac{7x^3}{4b^2}}$

أُبسِّطُ كُلًّا منَ العباراتِ الجذريةِ الآتيةِ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

16. $2\sqrt[4]{176}+5\sqrt[4]{11}$
17. $2\sqrt{32a^3b^5}\times\sqrt{8a^7b^2}$
18. $6\sqrt{45y^2}-4\sqrt{420y^2}$
19. $\dfrac{\sqrt{7}}{3+\sqrt{5}}$
20. $\dfrac{1}{1-\sqrt{3}}$
21. $\dfrac{1-2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$

22. **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحَلِّ الآتي، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$\frac{1}{5+\sqrt{2}}=\frac{1}{5+\sqrt{2}}\times\frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$$
$$=\frac{5-\sqrt{2}}{25+2}$$
$$=\frac{5-\sqrt{2}}{27}$$

✗

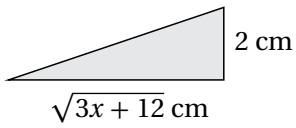
الدرسُ 3

حَلُّ المعادلاتِ الجذريةِ
Solving Radical Equations

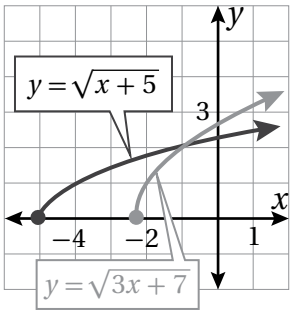
أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $\sqrt{3r+2} = 2\sqrt{3}$
2. $\sqrt{3b-2} + 19 = 24$
3. $\sqrt{26-n} = 7$
4. $\sqrt{2x} = \sqrt{x+7} - 1$
5. $2x = \sqrt{4x^2 + 6x - 12}$
6. $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-13} = 11$
7. $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} + 2 = 0$
8. $\sqrt[4]{2x-9} = 3$
9. $\sqrt[3]{x^2+4} - 2 = 0$
10. $3\sqrt{x-2} + 2 = x$
11. $-10\sqrt{v-10} = -60$
12. $\sqrt{2n-88} = \sqrt{\frac{n}{6}}$
13. $2x = \sqrt{17x - 15}$
14. $r + 4 = \sqrt{-4r - 11}$
15. $-3g = \sqrt{-18-27g}$

16. إذا كانَتْ مساحةُ المُثلَّثِ المُجاوِرِ هيَ $\sqrt{5x-4}\ \text{cm}^2$، فأجدُ قيمةَ x.



يُبيِّنُ الشكلُ المُجاوِرُ التمثيلَ البيانيَّ لمنحنى كلٍّ منَ المعادلةِ: $y = \sqrt{3x+7}$، والمعادلةِ: $y = \sqrt{x+5}$:



17. أكتبُ معادلةً حلُّها هوَ الإحداثيُّ x لنقطةِ تقاطعِ منحنيي المعادلتينِ.

18. أحُلُّ المعادلةَ التي كتبْتُها في الفرعِ السابقِ جبريًّا.

19. **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحَلِّ المُجاوِرِ، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

✗
$$2 + 5\sqrt{x} = 12$$
$$5\sqrt{x} = 10$$
$$5x = 100$$
$$x = 20$$

الوحدةُ 7: المقاديرُ الجبريةُ النسبيةُ

أختبرُ معلوماتي بحَلِّ التدريباتِ أوَّلًا. وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المعطى.

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ إلى العواملِ (الدرسُ 1)

أُحلِّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

1. $x^2 + 15x + 44$
2. $x^2 + 2x - 15$
3. $x^3 - 2x^2 + 9x - 18$
4. $2x^2 - x - 6$
5. $10x^2 + 3x - 1$
6. $6x^3 + 9x^2 + 3x$
7. $100 - 16y^2$
8. $7x^3y - 63xy^3$
9. $27x^3 + 64$

مثالٌ: أُحلِّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

a) $x^2 + 5x - 6$

في ثلاثيِّ الحدودِ المعطى، فإنَّ $b = 5$، و$c = -6$، وهذا يعني أنَّ إشارةَ $m + n$ موجبةٌ، وأنَّ إشارةَ nm سالبةٌ.

إذنْ، يجبُ أنْ تكونَ إشارةُ n أوْ إشارةُ m سالبةً، وليسَ كلتاهُما معًا.

أُنشِئُ قائمةً مُنظَّمةً منْ أزواجِ عواملِ العددِ (-6) بحيثُ تكونُ إشاراتُها مختلفةً، ثمَّ أُحدِّدُ زوجَ العواملِ الذي مجموعُهُ 5

مجموعُ العاملينِ	أزواجُ عواملِ العددِ (-6) المختلفةُ في الإشارةِ
-5	$1, -6$
5	$-1, 6$ ← العاملانِ الصحيحانِ

بكتابةِ القاعدةِ $x^2 + 5x - 6 = (x + m)(x + n)$

بالتبسيطِ $= (x - 1)(x + 6)$

b) $6x^2 + 11x + 4$

بما أنَّ $a = 6$، و $b = 11$، و$c = 4$، فإنَّني أبحثُ عنْ عددينِ حاصلُ ضربِهِما $6 \times 4 = 24$، ومجموعُهُما 11.

وبما أنَّ إشارةَ كلٍّ منْ c وb موجبةٌ، فإنَّني أُنشِئُ جدولًا أُنظِّمُ فيهِ أزواجَ عواملِ العددِ 24 الموجبةَ، ثمَّ أُحدِّدُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهُما 11

مجموعُ العاملينِ	أزواجُ عواملِ العددِ 24
14	2, 12
11	3, 8

العاملانِ الصحيحانِ

بكتابةِ القاعدةِ $6x^2 + 11x + 4 = 6x^2 + \boldsymbol{m}x + \boldsymbol{n}x + 4$

بتعويضِ $m = 3, n = 8$ $= 6x^2 + 3x + 8x + 4$

بتجميعِ الحدودِ ذاتِ العواملِ المشتركةِ $= (6x^2 + 3x) + (8x + 4)$

بتحليلِ كلِّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ $= 3x(2x + 1) + 4(2x + 1)$

بإخراجِ $(3x + 4)$ عاملًا مشتركًا $= (2x + 1)(3x + 4)$

c) $\boldsymbol{2x^3 + x^2 + 14x + 7}$

بتجميعِ الحدودِ ذاتِ العواملِ المشتركةِ $2x^3 + x^2 + 14x + 7 = (2x^3 + x^2) + (14x + 7)$

بتحليلِ كلِّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ $= x^2(2x + 1) + 7(2x + 1)$

بإخراجِ $(2x + 1)$ عاملًا مشتركًا $= (2x + 1)(x^2 + 7)$

• تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ (الدرسُ 1)

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

10 $\dfrac{16x^2y}{24xy^3}$

11 $\dfrac{4 - y^2}{y^2 - 3y - 10}$

12 $\dfrac{6n^2 + 12n}{9n^3 + 18n^2}$

مثالٌ: أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\dfrac{\boldsymbol{3x^2}}{\boldsymbol{6x^3 - 42x}}$

بإخراجِ $6x^2$ عاملًا مشتركًا منْ حدودِ المقامِ $\dfrac{3x^2}{6x^3 - 42x} = \dfrac{3x^2}{6x^2(x - 7)}$

العاملُ المشتركُ الأكبرُ للبسطِ والمقامِ $(3x^2)$ $= \dfrac{3x^2}{2 \times 3x^2 \times (x - 7)}$

بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على $3x^2$ $= \dfrac{\cancel{3x^2}}{2 \times \cancel{3x^2} \times (x - 7)}$

بالتبسيطِ $= \dfrac{1}{2(x - 7)}$

b) $\frac{1-z^2}{z-1}$

$\frac{1-z^2}{z-1} = \frac{(1-z)(1+z)}{z-1}$ بتحليلِ البسطِ إلى العواملِ

$= \frac{-(z-1)(1+z)}{z-1}$ بكتابةِ $(1-z)$ في صورةِ $-(z-1)$

$= \frac{-(\cancel{z-1})(1+z)}{\cancel{z-1}}$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على $(z-1)$

$= -1-z$ بالتبسيطِ

• ضربُ المقاديرِ الجبريةِ (الدرسُ 2)

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $6 \times (-3b)$
2. $-2 \times (4w)$
3. $-2u \times 5u$
4. $8d \times (-7d)$
5. $3xy \times (-xy^2)$
6. $(-dq^2)(-3qd)$
7. $(b+4)(b+1)$
8. $(3x-1)(4x-x^2+2)$
9. $(4-p)(2p-p^2+1)$

مثالٌ: أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $2x(3x-y)$

$2x(3x-y) = 6x^2 - 2xy$ أضربُ حدًّا جبريًّا في مقدارٍ جبريٍّ

b) $(x+4)(x+3)$

$(x+4)(x+3) = (x^2+3x)+(4x+12)$

$= x^2 + (3x+4x) + 12$

$= x^2 + 7x + 12$

يمكنُني أيضًا استخدامُ خاصيّةِ التوزيعِ بطريقةٍ مختلفةٍ كما يأتي:

$(x+4)(x+3)$

أفصلُ المقدارَ $(x+4)$ إلى حدَّيْنِ 4 ، x ثمَّ أضربُ كُلًّا منْهُما في المقدارِ $(x+3)$

$= x(x+3) + 4(x+3)$

أستعملُ خاصيةَ التوزيعِ

$= (x^2 + 3x) + (4x + 12)$

أجمعُ الحدودَ المُتشابِهةَ

$= x^2 + (3x + 4x) + 12$

أكتبُ المقدارَ في أبسطِ صورةٍ

$= x^2 + 7x + 12$

• حَلُّ التناسباتِ (الدرسُ 3)

أحُلُّ كُلًّا منَ التناسباتِ الآتيةِ:

12 $\frac{12}{x-2} = \frac{32}{x+8}$

11 $\frac{x}{12-x} = \frac{10}{30}$

10 $\frac{5}{4} = \frac{20}{x}$

مثالٌ: أحُلُّ التناسبَ الآتيَ: $\frac{4}{x-4} = \frac{5}{x+4}$.

التناسبُ المعطى

$\frac{5}{x+4} = \frac{4}{x-4}$

بالضربِ التبادليِّ

$4(x+4) = 5(x-4)$

باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ

$4x + 16 = 5x - 20$

بطرحِ $5x$ منْ طرفي المعادلةِ

$-x + 16 = -20$

بطرحِ 16 منْ طرفي المعادلةِ

$-x = -36$

بقسمةِ طرفي المعادلةِ على -1

$x = 36$

الدرسُ 1

ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وقسمتُها

Multiplying and Dividing Algebraic Rational Expressions

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $\frac{3x^2 + 6x}{12x^2}$

2. $\frac{y^2 - 7y - 18}{9 - y}$

3. $\frac{4w^3 - 36w}{8w^3 - 48w^2 + 72w}$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

4. $\frac{5a^3 b^2}{8wy^4} \times \frac{12 w^2 y^3}{10a^2 b^3}$

5. $\frac{6x^4 b^2}{5wy^4} \div \frac{4x^2 b^3}{10w^4 y^2}$

6. $\frac{y - z}{6} \times \frac{12}{y^2 - z^2}$

7. $\frac{n^2}{2n - 8} \div \frac{3n}{n^2 - 16}$

8. $\frac{x + 3}{8x + 4} \times \frac{4x^2 - 1}{x^2 + 6x + 9}$

9. $\frac{5x - 5}{x^2 - 16} \div \frac{10x^2 - 10x}{6x - 24}$

10. $\frac{2a^2 - 9a - 5}{a^2 - 9a + 20} \times \frac{4 - a}{2a^2 + a}$

11. $\frac{2a^2 - 8a + 6}{8a + 16} \div \frac{9 - a^2}{a^2 + 5a + 6}$

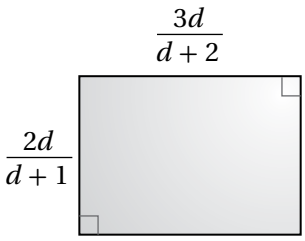
12. $\frac{\frac{1 - 2b}{b}}{\frac{b - 4}{b}}$

13. $\frac{\frac{x^2 - 16}{5x^2}}{\frac{4 - x}{10x}}$

14. $\frac{\frac{(x + 1)^2}{x^2 - 3x}}{\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 9}}$

15. $\frac{\frac{4x^2 - 1}{3x^3 - 6x^2 - 24x}}{\frac{12x^2 + 12x - 9}{2x^2 - 5x - 12}}$

مُعتمِدًا المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاوِرِ، أُجيبُ عنِ السؤالينِ الآتيينِ تباعًا:



16. أجدُ النسبةَ بينَ طولِ المستطيلِ وعرضِهِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ.

17. أجدُ مساحةَ المستطيلِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ.

18. أسطوانةٌ مساحةُ قاعدتِها $\left(\frac{x^2 + 5x - 6}{4x}\right)$ cm^2، وارتفاعُها $\left(\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 5x + 4}\right)$ cm. أجدُ حجمَ الأسطوانةِ في أبسطِ صورةٍ.

الدرسُ 2

جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وطرحُها

Adding and Subtracting Rational Expressions

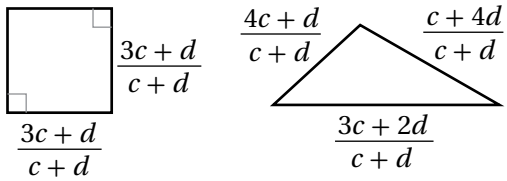
أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ للمقاديرِ أوِ الحدودِ الجبريةِ المعطاةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $x^2 y^3 z, xy^2 z^4$
2. $x + 1, x^2 + x - 6$
3. $w^2 + w, 3w + 3, w + 1$
4. $6r + 2, 3r, 3r^2 + 7r + 2$
5. $y^2 + 4y + 3, y^2 - 4y - 5$
6. $x^4 - 8x^3 + 7x^2, x^2 + 2x - 3$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

7. $\frac{1}{3y^2 d} + 2y$
8. $\frac{3}{2x^2 y^3} + \frac{5}{4x^4 y}$
9. $\frac{1}{8c^3 d^2} - \frac{3}{c^2 d^5}$
10. $\frac{3}{x-2} + \frac{5}{x^2-4}$
11. $\frac{5}{w^2+4w-12} + \frac{2}{2w+12}$
12. $\frac{2r+4}{r-3} - \frac{1-4r}{2-r}$
13. $\frac{8}{c^2-2c-15} - \frac{1}{3c-15}$
14. $\frac{y+1}{y^2-5y-6} + \frac{y}{y^2-3y-18}$
15. $\frac{h-3}{h^2-7h+10} - \frac{6}{h^2-4}$
16. $\frac{\frac{3}{c-d} + \frac{1}{c+d}}{\frac{4}{c-d}}$
17. $\frac{1}{y^2+7y-8} - \frac{2}{2y-2} \times \frac{y+8}{2}$
18. $\frac{\frac{w^2+5w+4}{w^2+3w}}{\frac{2}{w} - \frac{w-1}{w+3}}$

مُعتمِدًا المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاوِرِ، أُجيبُ عنِ الأسئلةِ الثلاثةِ الآتيةِ تباعًا:



19. أجدُ محيطَ المُربَّعِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ.
20. أجدُ محيطَ المُثلَّثِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ.
21. أطرحُ محيطَ المُثلَّثِ منْ محيطِ المُربَّعِ، ثمَّ أكتبُ المقدارَ الجبريَّ النسبيَّ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ.

الدرسُ 3

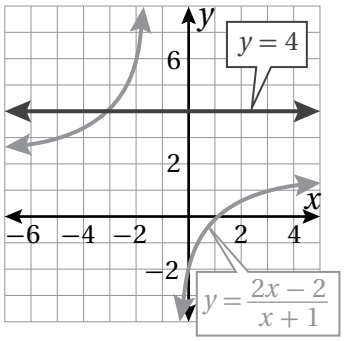
حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ
Solving Rational Equations

أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $\frac{12}{x-1}+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$
2. $\frac{x}{1-x}-\frac{4}{3}=x$
3. $\frac{4}{x+1}+1=\frac{x+1}{2}$
4. $\frac{y+9}{y^2+3}=\frac{3}{y}$
5. $\frac{w}{w+2}=\frac{5w-4}{2w+1}$
6. $\frac{1}{y-3}+\frac{1}{y+3}=\frac{3}{y^2-9}$
7. $\frac{1}{b-4}+\frac{b}{2b+2}=\frac{b}{2b^2-6b-8}$
8. $\frac{1}{x+1}-\frac{x}{1-x}=\frac{x^2+1}{x^2-1}$
9. $\frac{1}{2c+1}+\frac{2}{c+2}=1$

10. **حيواناتٌ:** يوجدُ في مزرعةٍ للحيواناتِ 140 حيوانًا، منْها 10 أرانبَ. أجدُ عددَ الأرانبِ التي يَلزمُ شــراؤُها لتُصبِحَ نسبةُ الأرانبِ في المزرعةِ 6 : 1

يُبيِّــنُ الشــكلُ المُجــاوِرُ التمثيــلَ البيانــيَّ لمنحنى كلٍّ مــنَ المعادلــةِ: $y=4$، والمعادلةِ: $y=\frac{2x-2}{x+1}$:



11. أكتبُ معادلةً حَلُّها هوَ الإحداثيُّ x لنقطةِ تقاطعِ منحنيي المعادلتينِ.
12. أحُلُّ المعادلةَ التي كتبْتُها في الفرعِ السابقِ جبريًّا.

13. **تبليطٌ:** يســتغرقُ تبليطُ حديقةِ منزلٍ منْ خالدٍ وسعيدٍ 8 ساعاتٍ منَ العملِ. إذا كانَتْ سرعةُ خالدٍ هيَ ثلاثةَ أمثالِ سرعةِ سعيدٍ في التبليطِ، فأجدُ الوقتَ الذي يستغرقُهُ خالدٌ في تبليطِ حديقةِ المنزلِ وحدَهُ.

الوحدةُ 8: الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أختبرُ معلوماتي بحَلِّ التدريباتِ أوَّلًا. وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المعطى.

• المدى والمدى الربيعيُّ (الدرسُ 1)

أجدُ المدى والربيعياتِ والمدى الربيعيَّ لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ ممّا يأتي:

1. 85, 77, 58, 69, 62, 73, 55, 82, 67, 77, 59, 92, 75

2. 28, 42, 37, 31, 34, 29, 44, 28, 38, 40, 39, 42, 30

3.

الساقُ	الورقةُ
19	3 5 5
20	2 2 5 8
21	5 8 8 9 9 9
22	0 1 7 8 9
23	2

المفتاحُ: **19|3 = 193**

4.

الساقُ	الورقةُ
5	0 3 7 9
6	1 3 4 5 5 6
7	1 5 6 6 9
8	1 2 3 5 8
9	2 5 6 9
10	
11	7

المفتاحُ: **5|0 = 5.0**

سرعةٌ: يُبيِّنُ الجدولُ الآتي سرعةَ مجموعةٍ منَ الحيواناتِ بالكيلومترِ لكلِّ ساعةٍ:

الحيوانُ	السرعةُ (km/h)
الفهدُ الصيّادُ	100
النَّمِرُ	58
القِطَّةُ	48
الفيلُ	40
الفأرُ	13
العنكبوتُ	2

5. أجدُ المدى الربيعيَّ للبياناتِ.

6. أَصِفُ توزيعَ البياناتِ.

مثالٌ:

محافظاتٌ: يُبيِّنُ الجدولُ المُجاورُ مساحاتِ المحافظاتِ الأردنيةِ مُقرَّبةً إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ.

مساحاتُ المحافظاتِ الأردنيةِ	
المحافظةُ	المساحةُ (بآلافِ الكيلومتراتِ المُربَّعةِ)
عجلونُ	0.4
عمّانُ	7.5
العقبةُ	6.9
البلقاءُ	1.1
إربدُ	1.5
جرشُ	0.4
الكركُ	3.4
معانُ	32.8
مأدبا	0.9
المفرقُ	26.5
الطفيلةُ	2.2
الزرقاءُ	4.7

a) أجدُ المدى.

الخطـوةُ 1 أُرتِّبُ البياناتِ تصاعديًّا.

0.4, 0.4, 0.9, 1.1, 1.5, 2.2, 3.4, 4.7, 6.9, 7.5, 26.5, 32.8

الخطـوةُ 2 أجدُ المدى.

أكبرُ قِيَمِ البياناتِ هيَ 32.8، وأصغرُها هيَ 0.4، إذنْ، المدى هوَ:

$$R = 32.8 - 0.4 = 32.4$$

b) أجدُ المدى الربيعيَّ (IQR).

$Q_2 = \frac{2.2 + 3.4}{2} = 2.8$

النصفُ الأدنى | النصفُ الأعلى

0.4 0.4 0.9 1.1 1.5 2.2 | 3.4 4.7 6.9 7.5 26.5 32.8

$Q_1 = \frac{0.9 + 1.1}{2} = 1$ $Q_3 = \frac{6.9 + 7.5}{2} = 7.2$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 7.2 - 1 = 6.2$$

إذنْ، المدى الربيعيُّ (IQR) للبياناتِ هوَ 6.2

c) أستعملُ المدى والمدى الربيعيَّ لوصفِ البياناتِ.

مدى هذهِ البياناتِ هوَ 32.4 ألفَ كيلومترٍ مُربَّعٍ، وربعُ محافظاتِ المملكةِ مساحاتُها ألفُ كيلومترٍ مُربَّعٍ أوْ أقلُّ، وربعُ المحافظاتِ أيضًا مساحاتُها 7.2 آلافِ كيلومترٍ مُربَّعٍ أوْ أكثرُ. أمّا مساحاتُ النصفِ الأوسطِ منَ المحافظاتِ فتتراوحُ بينَ ألفِ كيلومترٍ مُربَّعٍ و 7.2 آلافِ كيلومترٍ مُربَّعٍ، ولا تتجاوزُ الفروقُ بينَ مساحاتِها 6.2 آلافِ كيلومترٍ مُربَّعٍ.

الوحدةُ 8: الإحصاءُ والاحتمالاتُ

• تنظيمُ البياناتِ المتصلةِ في جداولَ تكراريةٍ ذاتِ فئاتٍ معطاةٍ (الدرسُ 2)

في ما يأتي أطوالُ 20 خنفساءَ بالسنتيمترِ:

0.7	1.3	3.2	2.7	0.9	3.1	2.5	1.8	2.3	4.4
0.6	2.6	3.9	2.1	1.7	2.6	3.5	2.8	3.2	1.6

7 أُنظِّمُ أطوالَ الخنافسِ في الجدولِ التكراريِّ المُجاوِرِ.

8 ما عددُ الخنافسِ التي لا يقلُّ طولُها عنْ 2 cm؟

أطوالُ الخنافسِ (l)		
التكرارُ	الإشاراتُ	الطولُ (cm)
		$0 \leq l < 1$
		$1 \leq l < 2$
		$2 \leq l < 3$
		$3 \leq l < 4$
		$4 \leq l < 5$

مثالٌ: في ما يأتي كتلُ 20 حبَّةَ تفّاحٍ بالغرامِ:

94	103	113	89	94	102	99	111	97	103
114	116	101	95	88	107	102	113	95	104

a) أُنظِّمُ كتلَ حبّاتِ التفّاحِ في الجدولِ التكراريِّ المُجاوِرِ.

تُمثِّلُ كتلُ حبّاتِ التفّاحِ بياناتٍ عدديةً متصلةً؛ لذا لا توجدُ فجواتٌ بينَ الفئاتِ، وتشملُ هذهِ الفئاتُ جميعَ كتلِ حبّاتِ التفّاحِ، وتكونُ أطوالُها (الفئاتُ) في الجدولِ متساويةً.

كتلُ حبّاتِ التفّاحِ (m)		
التكرارُ	الإشاراتُ	الكتلةُ (g)
		$80 \leq m < 90$
		$90 \leq m < 100$
		$100 \leq m < 110$
		$110 \leq m < 120$

أملأُ الفراغَ في الجدولِ السابقِ باتِّباعِ الخطوتينِ الآتيتينِ:

الخطـوةُ 1 أضعُ إشـاراتِ عَدٍّ مُقابِلَ كلِّ فئةٍ بحيثُ تُمثِّلُ عددَ حبّاتِ التفّاحِ التي تحويها.

كتلُ حبّاتِ التفّاحِ (m)		
التكرارُ	الإشاراتُ	الكتلةُ (g)
	||	$80 \leq m < 90$
	𝍸	$90 \leq m < 100$
	𝍸 ||	$100 \leq m < 110$
	𝍸	$110 \leq m < 120$

الخطـوةُ 2 أكتبُ عددَ الإشاراتِ في عمودِ التكرارِ.

كتلُ حبّاتِ التفّاحِ (m)		
التكرارُ	الإشاراتُ	الكتلةُ (g)
2	||	$80 \leq m < 90$
6	𝍸	$90 \leq m < 100$
7	𝍸 ||	$100 \leq m < 110$
5	𝍸	$110 \leq m < 120$

b) ما عددُ حبّاتِ التفّاحِ التي تقلُّ كتلةُ كلٍّ منْها عنْ 100 g؟

تقعُ حبّاتُ التفّاحِ التي تقلُّ كتلةُ كلٍّ منْها عنْ 100 g في أوَّلِ فئتينِ. ولإيجادِ عددِها، أجمعُ تكراراتِ هاتينِ الفئتينِ:

$$2 + 6 = 8$$

إذنْ، عددُ حبّاتِ التفّاحِ التي تقلُّ كتلةُ كلٍّ منْها عنْ 100 g هوَ 8

• تنظيمُ البياناتِ في جداولَ تكراريةٍ ذاتِ فئاتٍ معطاةٍ (الدرسُ 2)

في ما يأتي عددُ الأحاديثِ النبويةِ الشريفةِ التي حفظَتْها مجموعةٌ منَ الطلبةِ:

23	29	31	36	20	35
19	27	15	33	18	24
10	25	17	14	39	31

9 أُنظِّمُ هذهِ البياناتِ في الجدولِ التكراريِّ المُجاوِرِ.

10 ما عددُ الطلبةِ الذينَ حفظوا 28 حديثًا أوْ أكثرَ؟

عددُ الأحاديثِ المحفوظةِ		
التكرارُ	الإشاراتُ	العددُ
		10 – 15
		16 – 21
		22 – 27
		28 – 33
		34 – 39

مثالٌ: في ما يأتي عددُ أقلامِ التلوينِ لدى كلِّ طالبٍ وطالبةٍ في أحدِ صفوفِ روضةِ أطفالٍ:

18 12 9 15 4 0 11 10 2
7 14 16 12 6 13 12 5 17

a) أُنظِّمُ هذهِ البياناتِ في الجدولِ التكراريِّ المُجاوِرِ.

يُمثِّلُ عددُ الأقلامِ بياناتٍ عدديةً منفصلةً؛ لذا توجدُ فجواتٌ بينَ الفئاتِ، وتكونُ أطوالُ الفئاتِ في الجدولِ متساويةً.

عددُ أقلامِ التلوينِ		
التكرارُ	الإشاراتُ	العددُ
		0 – 3
		4 – 7
		8 – 11
		12 – 15
		16 – 19

أملأُ الفراغَ في الجدولِ السابقِ باتِّباعِ الخطوتينِ الآتيتينِ:

الخطوةُ 1 أضعُ إشاراتِ عَدٍّ مُقابِلَ كلِّ فئةٍ بحيثُ تُمثِّلُ عددَ أقلامِ التلوينِ التي تحويها.

عددُ أقلامِ التلوينِ		
التكرارُ	الإشاراتُ	العددُ
	||	0 – 3
	||||	4 – 7
	||||	8 – 11
	||||	12 – 15
	|||	16 – 19

الخطوةُ 2 أكتبُ عددَ الإشاراتِ في عمودِ التكرارِ.

عددُ أقلامِ التلوينِ		
التكرارُ	الإشاراتُ	العددُ
2	||	0 – 3
4	||||	4 – 7
4	||||	8 – 11
5	||||	12 – 15
3	|||	16 – 19

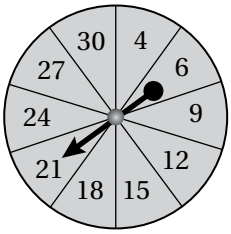
b) ما عددُ الطلبةِ الذينَ لدى كلٍّ منْهُمْ 12 قلمَ تلوينٍ أوْ أكثرَ؟

$5 + 3 = 8$

عددُ الطلبةِ الذينَ لدى كلٍّ منْهُمْ 12 قلمَ تلوينٍ أوْ أكثرَ هو 8

الوحدةُ 8: الإحصاءُ والاحتمالاتُ

• إيجادُ احتمالاتِ وقوعِ الحوادثِ (الدرسُ 4)



دُوِّرَ مُؤشِّرُ القرصِ المُجاوِرِ المُقسَّمِ إلى 10 قطاعاتٍ مُتطابِقةٍ:

11 أجدُ الفضاءَ العينيَّ لهذهِ التجربةِ العشوائيةِ.

12 أجدُ احتمالَ توقُّفِ المُؤشِّرِ على عددٍ فرديٍّ.

13 أجدُ احتمالَ توقُّفِ المُؤشِّرِ على عددٍ أكبرَ منْ 20

اختارَتْ ليلى بطاقةً عشوائيًّا منْ بينِ البطاقاتِ المُجاوِرةِ. أجدُ احتمالَ اختيارِ:

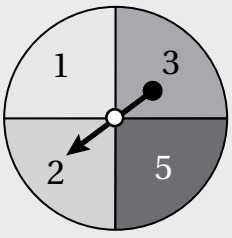
14 بطاقةٍ تحملُ دائرةً.

15 بطاقةٍ تحملُ مستطيلًا والعددَ 3

16 بطاقةٍ تحملُ العددَ 1

17 بطاقةٍ تحملُ شكلًا لهُ أضلاعٌ.

مثالٌ: **دُوِّرَ مُؤشِّرُ القرصِ المُجاوِرِ المُقسَّمِ إلى 4 قطاعاتٍ مُتطابِقةٍ:**



أجدُ احتمالَ توقُّفِ المُؤشِّرِ على عددٍ أكبرَ منْ 3

أفترضُ أنَّ حادثَ توقُّفِ المُؤشِّرِ على عددٍ أكبرَ منْ 3 هوَ A.

بما أنَّهُ يوجدُ عددٌ واحدٌ أكبرُ منْ 3، هوَ 5، فإنَّ:

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

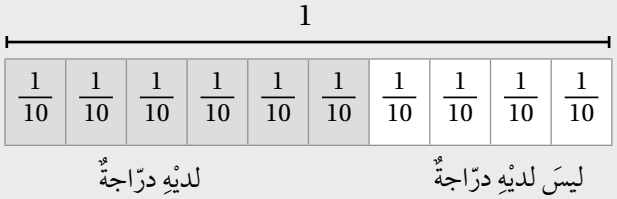
• احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ (الدرسُ 4)

18 إذا كانَ احتمالُ فوزِ فريقِ كرةِ القدمِ الذي تُشجِّعُهُ سلمى هوَ $\frac{3}{7}$ ، فما احتمالُ ألّا يفوزَ الفريقُ؟

19 إذا كانَ احتمالُ أنْ تصلَ الحافلةُ في موعدِها هوَ $\frac{8}{11}$ ، فما احتمالُ أنْ تتأخَّرَ الحافلةُ؟

مثالٌ:

إذا كانَ احتمالُ اختيارِ طالبٍ منَ الصفِّ السابعِ لديْهِ درّاجةٌ هوائيةٌ هوَ $\frac{6}{10}$ ، فما احتمالُ اختيارِ طالبٍ ليسَ لديْهِ درّاجةٌ هوائيةٌ؟



$$P(\text{ليسَ لديْهِ درّاجةٌ}) = 1 - P(\text{لديْهِ درّاجةٌ})$$
$$= 1 - \frac{6}{10}$$
$$= \frac{4}{10}$$
$$= \frac{2}{5}$$

أتذكَّرُ

احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ A هوَ: $1 - P(A)$

الدرسُ 1

مقاييسُ التشتُّتِ
Measures of Variation

شــاركَ 200 عَدّاءٍ في سباقِ الضاحيةِ، وسُجِّلَ الزمنُ (إلى أقربِ دقيقةٍ) الذي استغرقَهُ كلُّ عَدّاءٍ لقطعِ مسافةِ السباقِ، ثمَّ نُظِّمَتِ البياناتُ في الجدولِ الآتي:

الزمنُ (min)	28	29	31	32	35	39	40	42	43
عددُ العدّائينَ	2	8	30	54	48	39	12	4	3

1. أجدُ تباينَ البياناتِ أعلاهُ.
2. أجدُ الانحرافَ المعياريَّ للبياناتِ أعلاهُ.

تعبئةٌ: تُعبَّأُ زجاجاتُ عصيرِ الفاكهةِ في أحدِ المصانعِ بصورةٍ آليَّةٍ. اختيرَتْ 12 زجاجةً عشــوائيًّا لقياسِ حجمِ العصيرِ داخلَ كلٍّ منْها بوحدةِ (cm^3)، وكانَتِ النتائجُ كالآتي:

330.2	332.0	328.5	335.2	338.7	329.1
331.7	328.5	334.2	329.9	336.4	330.7

3. أجدُ الانحرافَ المعياريَّ لحجمِ العصيرِ داخلَ الزجاجاتِ.
4. أجدُ تباينَ حجمِ العصيرِ داخلَ الزجاجاتِ.

ســجَّلَ باحثٌ المُدَّةَ (إلى أقربِ دقيقةٍ) التي اســتغرقَها 50 مُراجِعًــا لإنجازِ معاملاتِهِمْ في إحدى الدوائــرِ الحكوميةِ، وكانَتِ البياناتُ كالآتي:

8	9	6	11	8	5	6	6	6	10
8	7	6	12	5	6	6	7	9	11
5	6	10	7	7	6	6	6	10	8
8	7	7	11	6	4	7	6	6	9
8	8	6	7	10	12	5	6	7	9

5. أُنظِّمُ البياناتِ في جدولٍ تكراريٍّ.
6. أجدُ تباينَ البياناتِ أعلاهُ.
7. أجدُ الانحرافَ المعياريَّ للبياناتِ أعلاهُ.

الدرسُ 1

مقاييسُ التشتُّتِ
Measures of Variation

يتبعُ

إذا كانَتِ انحرافاتُ 8 مشـــاهداتٍ عنْ وسطِها الحسابيِّ كما يأتي: $-1, 2, 1, -2, 1, 2b+1, -4, 3, 2$، فأُجيبُ عنِ السؤالينِ الآتيينِ تباعًا:

8 أجدُ قيمةَ الثابتِ b.

9 أجدُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لهذهِ المشاهداتِ.

10 أجدُ الانحرافَ المعياريَّ لمجموعةٍ منَ المشاهداتِ، عددُها 20، علمًا بأنَّ مجموعَ هذهِ المشاهداتِ هوَ 208، ومجموعُ مُربَّعاتِها هوَ 2200.

في ما يأتي مجموعةُ بياناتٍ:

52 73 31 73 38 80 17 24

استُعمِلَتِ العلاقةُ: $y=\frac{x-3}{7}$ لتحويلِ البياناتِ، حيثُ x القيمةُ قبلَ التحويلِ، وy القيمةُ بعدَ التحويلِ:

11 أجدُ الوسطَ الحسابيَّ والانحرافَ المعياريَّ للبياناتِ بعدَ التحويلِ.

12 أجدُ الوسطَ الحسابيَّ والانحرافَ المعياريَّ للبياناتِ قبلَ التحويلِ بناءً على النتائجِ في الفرعِ السابقِ.

حُوِّلَتْ مجموعةٌ منَ البياناتِ، عددُها 20، باستعمالِ العلاقةِ: $y=x-25$، حيثُ y القيمةُ بعدَ التحويلِ، وx القيمةُ قبلَ التحويلِ. إذا كانَ: $\sum y=124, \sum y^2=3531$، فأجدُ كُلًّا ممّا يأتي:

13 الوسطُ الحسابيُّ للبياناتِ قبلَ التحويلِ.

14 الانحرافُ المعياريُّ للبياناتِ قبلَ التحويلِ.

يُبيِّنُ الجدولُ المُجاورُ علاماتِ الطلبةِ في شعبتينِ منَ الصفِّ التاسعِ في اختبارِ الرياضياتِ في إحدى المدارسِ:

	الشعبةُ (أ)	الشعبةُ (ب)
عددُ الطلبةِ	20	15
الوسطُ الحسابيُّ	14	18
التباينُ	10	6

15 أجدُ مجموعَ علاماتِ الطلبةِ في كلِّ شعبةٍ.

16 أجدُ مجموعَ مُربَّعاتِ علاماتِ الطلبةِ في كلِّ شعبةٍ.

17 أجدُ الوسطَ الحسابيَّ لعلاماتِ طلبةِ الشعبتينِ معًا.

18 أجدُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لعلاماتِ طلبةِ الشعبتينِ معًا.

الدرسُ 2

الجداولُ التكراريةُ ذاتُ الفئاتِ
Frequency Tables with Class Intervals

في كلٍّ ممّا يأتي، أُنظِّمُ البياناتِ في جدولٍ تكراريٍّ ذي فئاتٍ متساويةِ الطولِ:

1 كتلُ أكياسِ اللحومِ (g).

28.4	27.5	29.1	26.3	27.8
28.6	27.2	27.5	28.3	25.7
29.3	26.2	27.3	26.9	28.5

2 أعدادُ الطلبةِ.

81	75	66	62	72	78
68	74	64	82	70	64
72	79	77	76	72	69

3 أعدادُ طلباتِ التوصيلِ الأسبوعيةِ.

381	291	652	335	376	618
407	525	493	380	671	428
576	493	465	266	526	398
673	552	518	470	601	374

4 درجاتُ الحرارةِ (°C).

27.3	28.4	32.4	11.4	32.4	14.2	19.6
17.4	32.7	29.0	13.2	17.4	37.8	29.1
26.1	22.2	14.5	19.7	33.1	27.3	15.2
20.7	31.2	29.3	30.2	26.0	17.1	29.3

أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ والمنوالَ والوسيطَ لكلٍّ منَ البياناتِ الآتيةِ:

5

x	$0 \le x < 10$	$10 \le x < 20$	$20 \le x < 30$	$30 \le x < 40$	$40 \le x < 50$
التكرارُ	4	6	11	17	9

6

y	$0 \le y < 100$	$100 \le y < 200$	$200 \le y < 300$	$300 \le y < 400$	$400 \le y < 500$	$500 \le y < 600$
التكرارُ	95	56	32	21	9	3

7

z	$0 \le z < 5$	$5 \le z < 10$	$10 \le z < 15$	$15 \le z < 20$
التكرارُ	16	27	19	13

8

الأسابيعُ	1–3	4–6	7–9	10–12	13–15
التكرارُ	5	8	14	10	7

9

عددُ الدقائقِ	1–10	11–20	21–30	31–40	41–50	51–60	61–70
التكرارُ	1	12	24	15	13	9	5

الدرسُ 3

المُدرَّجاتُ التكراريةُ
Histograms

1 واجباتٌ منزلية: يُبيِّنُ الجدولُ التكراريُّ المُجاوِرُ الزمنَ (بالدقائقِ) الذي استغرقَتْهُ مجموعةٌ منْ طالباتِ الصفِّ التاسعِ في حَلِّ واجبٍ منزليٍّ لمادةِ الرياضياتِ. أُمثِّلُ البياناتِ باستعمالِ المُدرَّجِ التكراريِّ.

الزمنُ (min)	التكرارُ
$10 \le t < 20$	3
$20 \le t < 30$	9
$30 \le t < 40$	28
$40 \le t < 50$	6

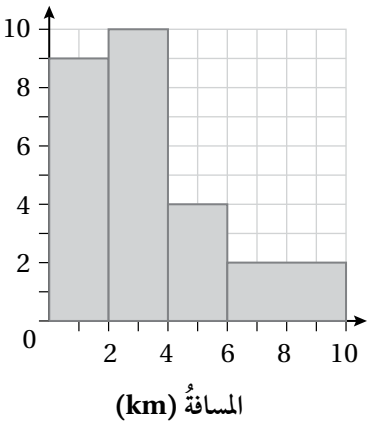
2 تسوُّقٌ: يُبيِّنُ الجدولُ التكراريُّ المُجاوِرُ زمنَ انتظارِ مجموعةٍ منْ زبائنِ أحدِ المحالِّ التجاريةِ لحينِ دفعِ ثمنِ الحاجياتِ التي اشتروها. أُمثِّلُ البياناتِ باستعمالِ المُدرَّجِ التكراريِّ.

الزمنُ (min)	التكرارُ
$0 \le t < 2$	15
$2 \le t < 4$	7
$4 \le t < 6$	12
$6 \le t < 8$	15
$8 \le t < 10$	12

3 مساجدُ: يُبيِّنُ الجدولُ التكراريُّ المُجاوِرُ أعمارَ المُصلّينَ لصلاةِ الفجرِ في أحدِ المساجدِ. أُمثِّلُ البياناتِ باستعمالِ المُدرَّجِ التكراريِّ.

العمرُ (بالعامِ)	التكرارُ
$0 \le x < 20$	35
$20 \le x < 30$	85
$30 \le x < 60$	120

يُبيِّنُ الجدولُ التكراريُّ المُجاوِرُ المسافةَ (بالكيلومترِ) بينَ موقعِ شركةٍ ومنازلِ موظفيها:



4 أجدُ عددَ موظفي الشركةِ.

5 أجدُ عددَ الموظفينَ الذينَ تزيدُ المسافةُ بينَ منازلِهِمْ وموقعِ الشركةِ على 5 km.

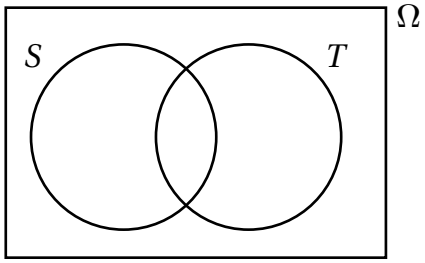
6 أجدُ عددَ الموظفينَ الذينَ تقلُّ المسافةُ بينَ منازلِهِمْ وموقعِ الشركةِ عنْ 7 km.

الدرسُ 4

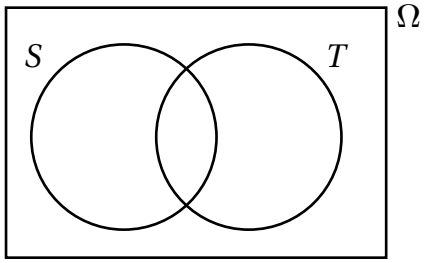
الاحتمالاتُ وأشكالُ ڤِنْ
Probabilities and Venn Diagrams

أُظلِّلُ المنطقةَ التي تُمثِّلُ الحادثَ المعطى في كلٍّ منْ أشكالِ ڤِنْ الآتيةِ:

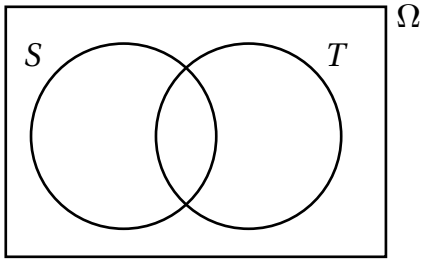
1 $S-T$



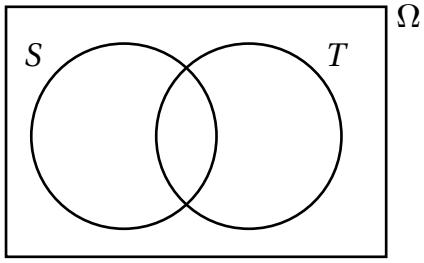
2 $T-S$



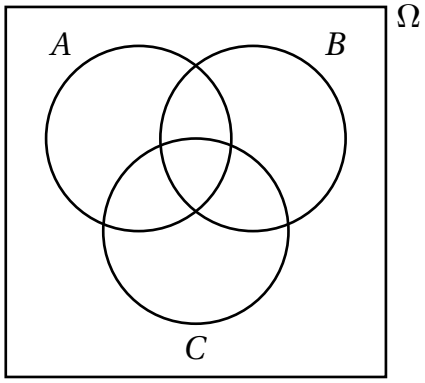
3 $\overline{S} \cap T$



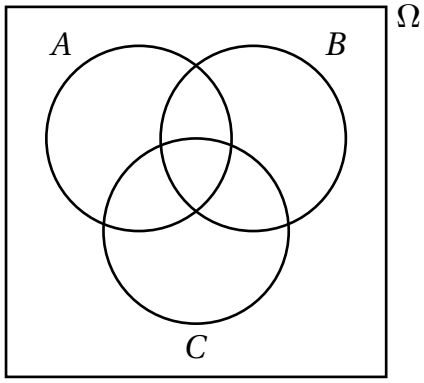
4 $\overline{S \cup T}$



5 $A \cap B \cap C$



6 $A \cup B \cup C$

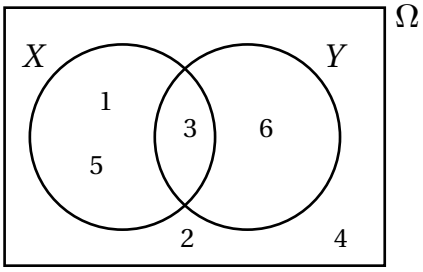


الدرسُ 4

يتبعُ

الاحتمالاتُ وأشكالُ ڤِنْ
Probabilities and Venn Diagrams

يُبيِّنُ شكلُ ڤِنْ المُجاوِرُ الحادثَ X والحادثَ Y في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ.

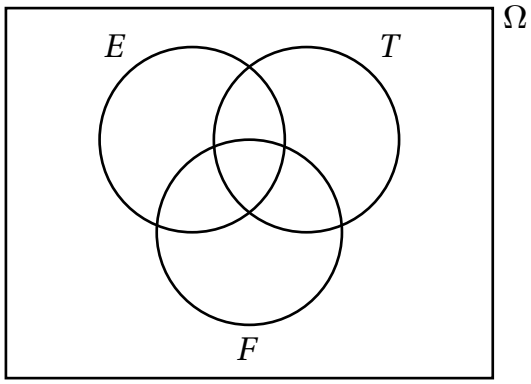


أجدُ كُلًّا منَ الاحتمالاتِ الآتيةِ:

7. $P(X)$
8. $P(Y)$
9. $P(X \cap Y)$
10. $P(X \cup Y)$
11. $P(\overline{X})$
12. $P(\overline{Y})$
13. $P(\overline{X \cap Y})$
14. $P(\overline{X \cup Y})$
15. $P(Y-X)$

سُحِبَتْ كرةٌ عشوائيًّا منْ صندوقٍ يحوي كراتٍ مُتماثِلةً، ومُرقَّمةً منْ 1 إلى 30. إذا كانَ E هوَ حادثَ ظهورِ عددٍ زوجيٍّ، وكانَ T هوَ حادثَ ظهورِ عددٍ منْ مضاعفاتِ العددِ 3، وكانَ F هوَ حادثَ ظهورِ عددٍ منْ مضاعفاتِ العددِ 5، فأُجيبُ عنِ الأسئلةِ الخمسةِ الآتيةِ تباعًا:

16. أُمثِّلُ في شكلِ ڤِنْ الآتي الفضاءَ العينيَّ للتجربةِ العشوائيةِ، وكُلًّا منَ الحادثِ E، والحادثِ T، والحادثِ F.



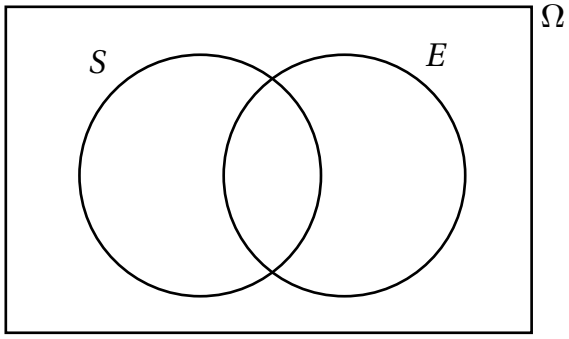
17. أجدُ احتمالَ أنْ يكونَ العددُ على الكرةِ التي سُحِبَتْ منْ مضاعفاتِ العددِ 3.
18. أجدُ احتمالَ أنْ يكونَ العددُ على الكرةِ التي سُحِبَتْ منْ مضاعفاتِ العددِ 3 والعددِ 5.
19. أجدُ احتمالَ أنْ يكونَ العددُ على الكرةِ التي سُحِبَتْ منْ مضاعفاتِ العددِ 5، أوْ عددًا زوجيًّا.
20. أجدُ احتمالَ ألّا يكونَ العددُ زوجيًّا على الكرةِ التي سُحِبَتْ.

الدرسُ 4

يتبعُ

الاحتمالاتُ وأشكالُ ڤِنْ
Probabilities and Venn Diagrams

21 إذا كانَ الفضاءُ العينيُّ لتجربةٍ عشــوائيةٍ هــوَ: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$، وكانَ الحادثُ S يُمثِّلُ المُربَّعاتِ الكاملةَ منْ بينِ هذهِ الأعدادِ، وكانَ الحادثُ E يُمثِّلُ الأعدادَ الزوجيةَ، فأُمثِّلُ في شكلِ ڤِنْ الآتي الفضاءَ العينيَّ للتجربةِ العشوائيةِ، وكُلًّا منَ الحادثِ S، والحادثِ E.



أجدُ كُلًّا منَ الاحتمالاتِ الآتيةِ بناءً على شكلِ ڤِنْ أعلاهُ:

22 $P(\overline{E})$

23 $P(S \cap \overline{E})$

24 $P(\overline{S \cup E})$

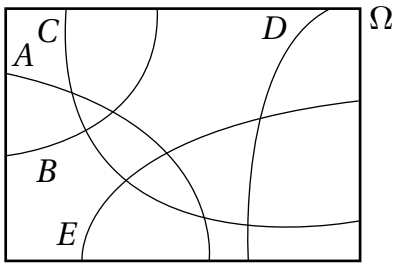
يعملُ في أحدِ المصانعِ 35 عاملًا، منْهُمْ 20 عاملًا يُفضِّلونَ شربَ الشايِ، و17 عاملًا يُفضِّلونَ شربَ القهوةِ، و5 عُمّالٍ يُفضِّلونَ شربَ الشايِ والقهوةِ. إذا اختيرَ عاملٌ منْهُمْ عشوائيًّا، فأجدُ احتمالَ كلٍّ منَ الحوادثِ الآتيةِ باستعمالِ أشكالِ ڤِنْ:

25 أنْ يكونَ العاملُ ممَّنْ يُفضِّلونَ شربَ الشايِ فقطْ.

26 أنْ يكونَ العاملُ ممَّنْ لا يُفضِّلونَ شربَ القهوةِ.

27 أنْ يكونَ العاملُ ممَّنْ لا يُفضِّلونَ شربَ الشايِ، ولا يُفضِّلونَ شربَ القهوةِ.

مُعتمِدًا شــكلَ ڤِنْ المُجاوِرَ الذي يُمثِّــلُ الفضاءَ العينيَّ لتجربةٍ عشــوائيةٍ تحوي الحوادثَ: A، وB، وC، وD، وE. أُحدِّدُ الجملَ الصحيحةَ والجملَ غيرَ الصحيحةِ في ما يأتي، مُبرِّرًا إجابتي:



28 A وB حادثانِ متنافيانِ.

29 A وD حادثانِ متنافيانِ.

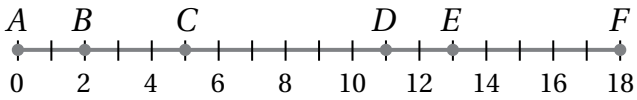
30 B وC حادثانِ شاملانِ.

31 A، وB، وC، وD، وE حوادثُ شاملةٌ.

الدرسُ 5

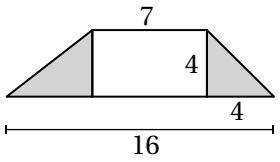
الاحتمالُ الهندسيُّ
Geometric Probability

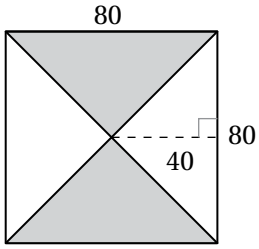
مُعتمِدًا الشكلَ المُجاوِرَ، إذا اختيرَتْ عشوائيًّا نقطةٌ تقعُ على $\overline{AF}$، فأجدُ كُلًّا ممّا يأتي:

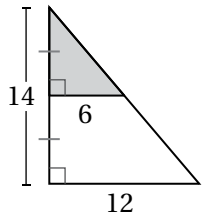


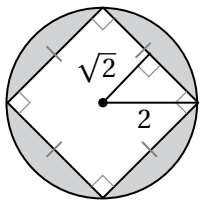
1. احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{CD}$.
2. احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{BE}$.
3. احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{EF}$ أوْ $\overline{AB}$.
4. احتمالُ عدمِ وقوعِ النقطةِ على $\overline{DE}$.

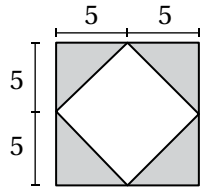
إذا اختيرَتْ نقطةٌ عشوائيًّا منْ كلِّ شكلٍ منَ الأشكالِ الآتيةِ، فأجدُ احتمالَ وقوعِها في المنطقةِ المُظلَّلةِ باللونِ الأزرقِ:

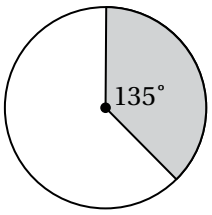
5. 

6. 

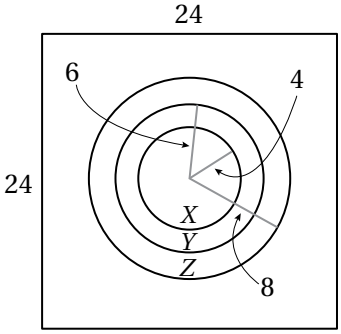
7. 

8. 

9. 

10. 

إذا وقعَ سهمٌ رُمِيَ عشوائيًّا داخلَ لوحةِ الأسهمِ المُجاوِرةِ، فأجدُ كُلًّا منَ الاحتمالاتِ الآتيةِ:



11. وقوعُ السهمِ في المنطقةِ X.
12. وقوعُ السهمِ في المنطقةِ Y.
13. عدمُ وقوعِ السهمِ في المنطقةِ Z.
14. عدمُ وقوعِ السهمِ في المنطقةِ X.